



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

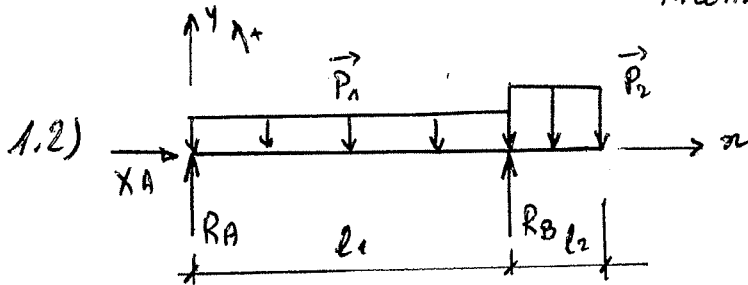
Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

www.formav.co/explorer

PARTIE 1

1.1) Nature du système.

equations : 3
inconnues : 2+1 } ISOSTATIQUE

$$\sum X = 0 \quad X_A = 0$$

$$\sum Y = 0 \quad R_A + R_B - P_1 l_1 - P_2 l_2 = 0 \quad *$$

$$\sum M_A = 0 \quad R_B l_1 - \frac{P_1 l_1^2}{2} - P_2 l_2 \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) = 0$$

$$R_B = \frac{P_1 l_1}{2} + \frac{P_2 l_2}{l_1} \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) = 0 \quad \text{d'où}$$

$$R_B = \frac{P_1 l_1}{2} + P_2 l_2 \left(1 + \frac{l_2}{2 l_1} \right)$$

$$\begin{aligned} * \Rightarrow R_A &= P_1 l_1 + P_2 l_2 - \left(\frac{P_1 l_1}{2} + P_2 l_2 \left(1 + \frac{l_2}{2 l_1} \right) \right) \\ &= \frac{P_1 l_1}{2} + P_2 l_2 - P_2 l_2 - \frac{P_2 l_2^2}{2 l_1} \end{aligned} \quad \text{d'où}$$

$$R_A = \frac{P_1 l_1}{2} - \frac{P_2 l_2^2}{2 l_1}$$

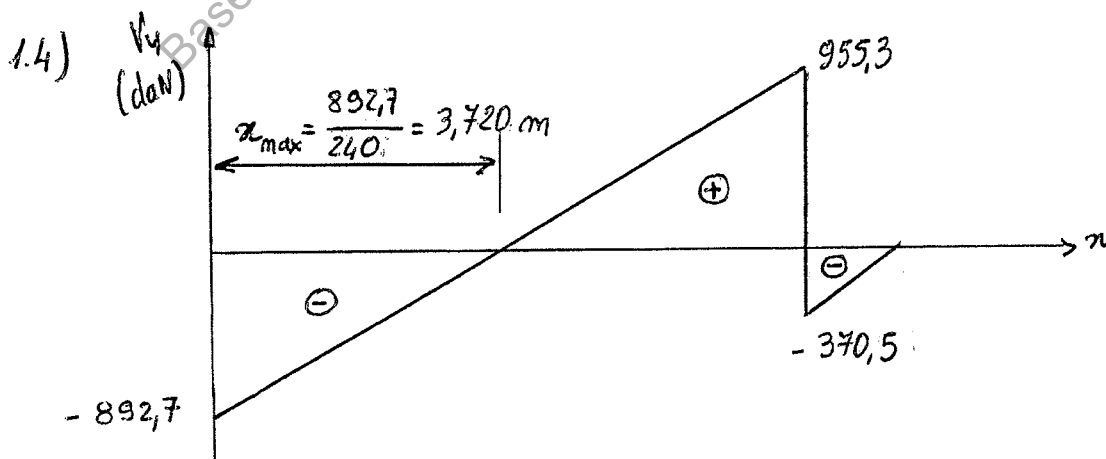
1.3) Application numérique

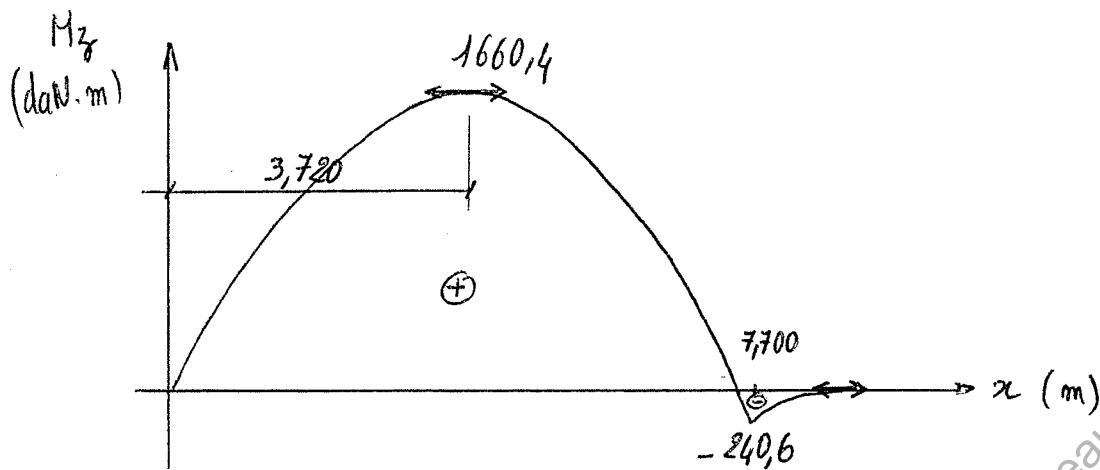
$$R_B = \frac{240 \times 7,70}{2} + 285 \times 1,30 \left(1 + \frac{1,30}{2 \times 7,70} \right) \Rightarrow$$

$$R_B = 1325,8 \text{ daN}$$

$$R_A = \frac{240 \times 7,70}{2} - \frac{285 \times 1,30^2}{2 \times 7,70} \Rightarrow$$

$$R_A = 892,7 \text{ daN}$$





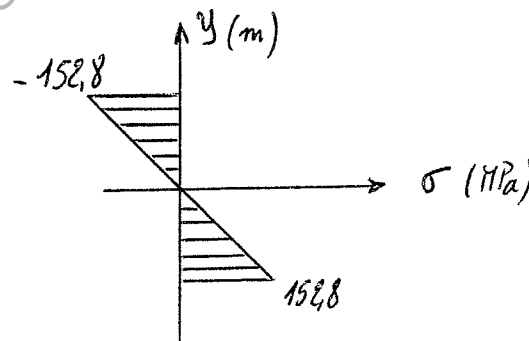
$$M_{\max} = - \frac{-892,7 \times 3,720}{2} = 1660,4 \text{ daN.m}$$

$$M_{\text{appui}} = 1660,4 - \frac{955,3 \times (7,700 - 3,720)}{2} = -240,6 \text{ daN.m}$$

$$1.5) \quad \sigma(x) = - \frac{M_z(x)}{W_{el,y}} \quad \text{pour } x = 3,720 \text{ m} \quad \sigma(3,720) = \pm \frac{1660,4}{108,66}$$

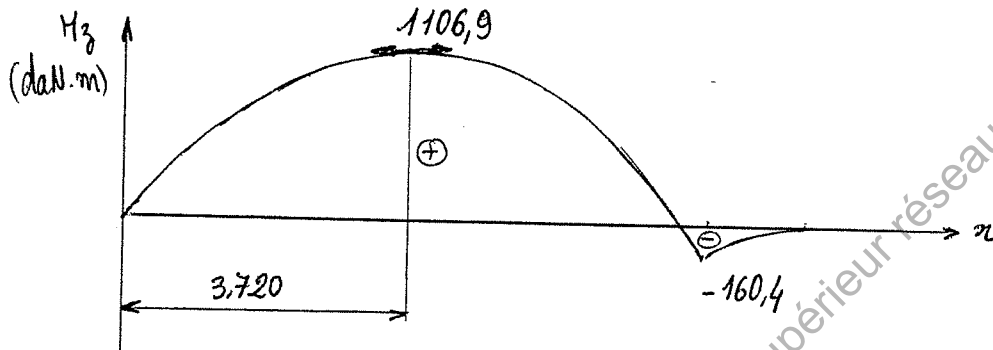
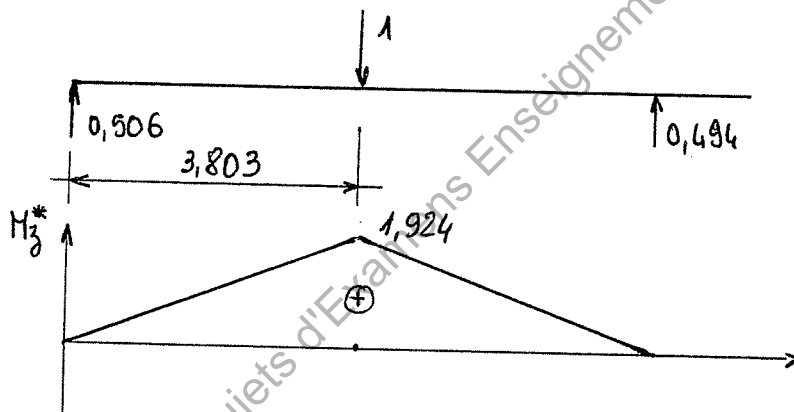
$$= \pm 1528 \text{ bars}$$

$$= \pm 152,8 \text{ MPa}$$



1.7) Méthode de la charge unité

Système S : les charges P_1 et P_2 sont non pondérées dans un rapport de 1,5 par rapport aux charges de la question 1.3)
On a donc le diagramme de M_z dans le même rapport.

Système S*

$$1. \Delta = \int_0^l \frac{M_z M_z^*}{EI} dx = \frac{7,7}{EI} \times \frac{1}{6} \times 1,924 \times [-160,4 \times 1,494 + 2 \times 1185,8 \times (1 + 0,494 \times 0,506)]$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{3,803}{7,70} = 0,494 ; \beta = 0,506 \text{ et } q_0 = \frac{160 \times 7,7^2}{8} = 1185,8 \text{ daN.m}$$

$$\Delta = \frac{6727,8}{210000 \cdot 10^5 \times 869,29 \cdot 10^{-8}} = 3,687 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta = 3,69 \text{ cm}$$

$$\text{On a } \frac{l}{200} = \frac{770}{200} = 3,85 \text{ cm} \Rightarrow \text{OK}$$

2.1). En externe, on a 1 articulation et 2 appuis simples, donc 4 degrés de liberté bloqués pour trois liaisons $\Rightarrow$ hyper 1 externe

• En interne, on a 8 barres en plus par rapport au treillis parfaitement triangulé $\Rightarrow$ hyper 8 interne

$\Rightarrow$ Structure HYPERSTATIQUE DE DEGRÉ 9

2.2) $I_{Gz} = 2 \times 2836 + 2 \times 391 \times 350^2 = 9580067 \text{ cm}^4$

2.3) • Analyse des déplacements (repère global)

A $\begin{cases} U_A = 0 \\ V_A = 0 \\ \Omega_A = 0 \end{cases}$

B $\begin{cases} U_B = 0 \\ V_B = 0 \\ \Omega_B \end{cases}$

C $\begin{cases} U_C = 0 \\ V_C = 0 \\ \Omega_C = 0 \end{cases}$

↓
inconnue

$\rightarrow$ incompressibilité barres AB et BC

• Calcul des M_{ij} ($w_B = \Omega_B$)

Barre AB: $M_{BA} = -\frac{qL^2}{8} + \frac{3EI}{L} w_B$

Barre BC: $M_{BC} = \frac{qL^2}{8} + \frac{3EI}{L} w_B$

• Equilibre du nœud B

$$0 = -M_{BA} - M_{BC} = -\frac{qL^2}{8} - \frac{3EI}{L} w_B - \frac{qL^2}{8} - \frac{3EI}{L} w_B = 0$$

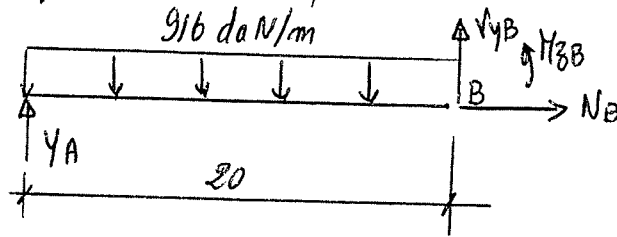
$$\Rightarrow \boxed{w_B = 0}$$

On a alors $M_{BA} = -\frac{qL^2}{8}$ et $M_{BC} = \frac{qL^2}{8}$

On en déduit $M_{zB} = -M_{Bc} = -\frac{qL^2}{8}$

AN: $M_{zB} = -\frac{916 \times 20^2}{8} = -45800 \text{ daN.m}$

2.4) On fait une coupure en B pour déterminer Y_A .



$$M_{zB} + \frac{916 \times 20^2}{2} - Y_A \cdot 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad -45800 + \frac{916 \times 20^2}{2} - Y_A \cdot 20 = 0$$

d'où $Y_A = 6870 \text{ daN}$ par symétrie $Y_C = 6870 \text{ daN}$

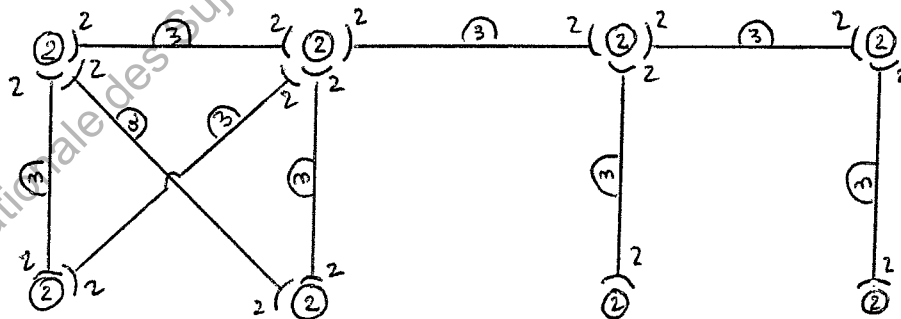
Dans le système global $Y_A + Y_C + Y_B - 40 \times 916 = 0$

$\Rightarrow Y_B = 22900 \text{ daN}$

2.5) $y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{qL^4}{192EI} = -\frac{916 \times 20^4}{192 \times 210000 \times 10^5 \times 9580067 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow y\left(\frac{L}{2}\right) = -3,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

PARTIE 3

3.1)



inconnues : barres $18 \times 2 = 36$
liaisons $8 = 8$

44

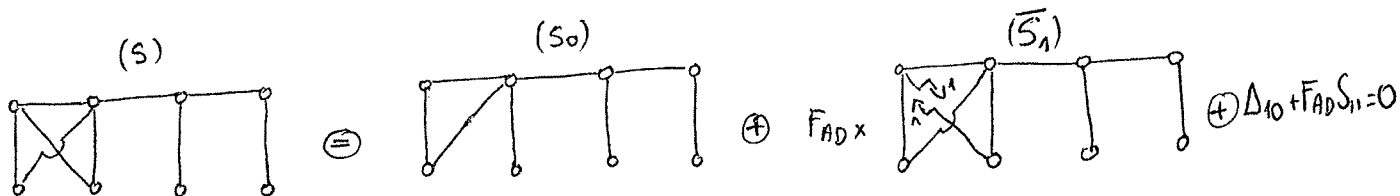
équations : barres $3 \times 9 = 27$
articulation $8 \times 2 = 16$

43

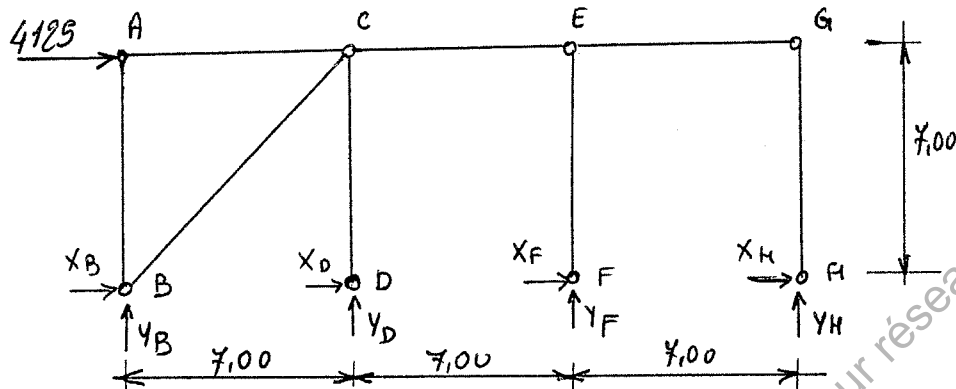
$44 - 43 = 1$

STRUCTURE HYPER

3.2)



Etude de (S₀)



- barres EF, GH et ID biarticulées non chargées $\Rightarrow X_F = X_D = X_H = 0$
- équilibre du nœud G $\Rightarrow F_{GH} = 0$ et $F_{GE} = 0$
- équilibre du nœud E $\Rightarrow F_{EC} = 0$ et $F_{EF} = 0$
- équilibre du nœud H $\Rightarrow Y_H = 0$
- équilibre du nœud F $\Rightarrow Y_F = 0$

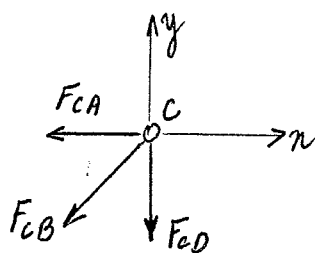
• PFS: $X_B = -4125 \text{ daN}$ $Y_B = -4125 \text{ daN}$ $Y_A = 4125 \text{ daN}$

• équilibre du nœud A : $F_{AC} = -4125 \text{ daN}$ compression
 $F_{AB} = 0$

• équilibre du nœud C :

$$* -F_{CO} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{CB} = 0$$

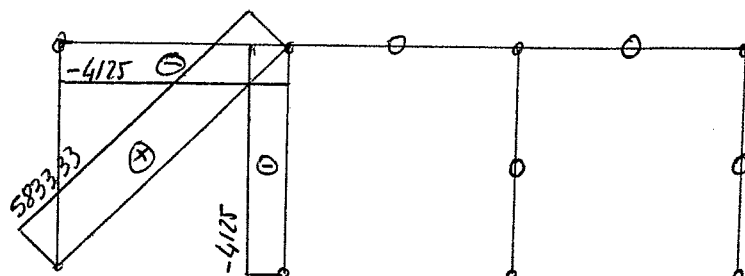
$$F_{CO} = -4125 \text{ daN} \text{ traction}$$



$$* -F_{CA} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{CB} = 0$$

$$F_{CB} = -\sqrt{2} \times (-4125)$$

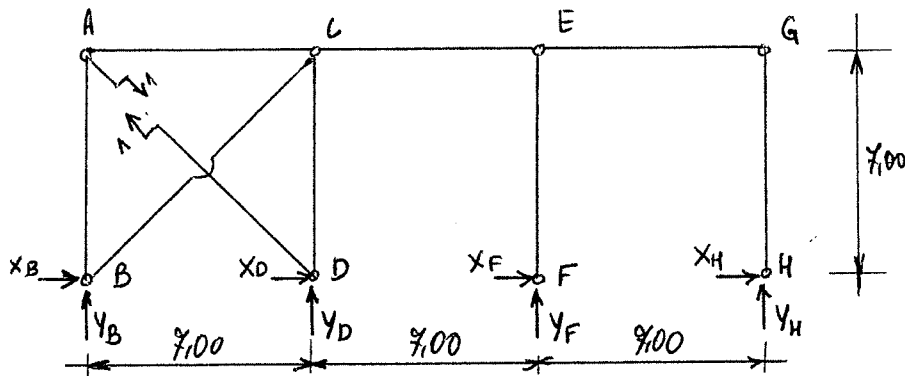
$$F_{CB} = 5833,33 \text{ daN} \text{ traction}$$



Etude de (S₁)

CMMECA

Session 2008



Comme (S₀) on a $Y_F = 0$; $Y_H = 0$, $X_F = 0$ et $X_H = 0$
 $F_{GH} = 0$, $F_{GE} = 0$, $F_{EC} = 0$ et $F_{EF} = 0$

• équilibre du nœud A :

$F_{AC} = -0,707$
$F_{AB} = -0,707$

 compression

• équilibre du nœud C :

$F_{CB} = 1$
$F_{CD} = -0,707$

 traction
compression

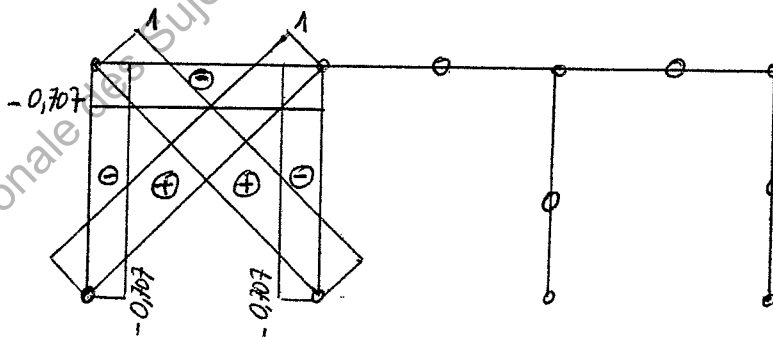
• équilibre du nœud D :



$$Y_D = -F_D - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 - 0,707 = 0$$

$$X_D = 0,707$$

• équilibre du nœud B : $X_B = -0,707$ et $Y_B = 0$



Calcul des sollicitations dans (S)

$$E \cdot \Delta_{10} = \frac{7 \times (-4125) \times (-0,707)}{14,2 \cdot 10^{-4}} + \frac{7\sqrt{2} \times 5833,33 \times 1}{4,8 \cdot 10^{-4}} + \frac{7 \times (-4125) \times (-0,707)}{45,9 \cdot 10^{-4}} \quad (\text{daN} \cdot \text{m})$$

$$E \cdot \Delta_{10} = 1,43765 \cdot 10^7 + 1,203125 \cdot 10^8 + 4,447631 \cdot 10^6$$

$$E \cdot \Delta_{10} = 1,390978 \cdot 10^8$$

$$E S_{M1} = \frac{7 \times 0,5}{14,2 \cdot 10^{-4}} + 2 \times \frac{7\sqrt{2} \times 1}{4,8 \cdot 10^{-4}} + 2 \times \frac{7 \times 0,5}{45,9 \cdot 10^{-4}} = 2,4647 \cdot 10^3 + 4,12479 \cdot 10^4 + 1,5251 \cdot 10^3$$

$$ES_{II} = 4,52377 \cdot 10^4$$

d'où
$$F_{AD} = - \frac{E \Delta_{10}}{ES_{II}} = - \frac{1,390978 \cdot 10^8}{4,52377 \cdot 10^4} = - 3076 \text{ daN}$$

On peut alors calculer les autres efforts. $F(s) = F(s_0) + F_{AD} \times F(\bar{s}_1)$

$$F_{AB} = 0 - 3076 \times (-0,707) = 2174 \text{ daN traction}$$

$$F_{AC} = -4125 - 3076 \times (-0,707) = -1950 \text{ daN compression}$$

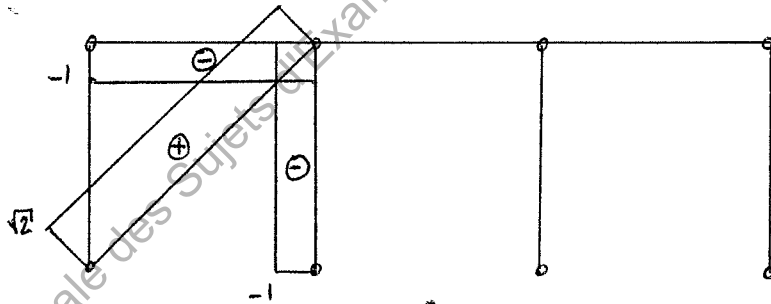
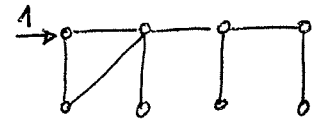
$$F_{CB} = 5833,33 - 3076 \times 1 = 2757,7 \text{ daN traction}$$

$$F_{BD} = -4125 - 3076 \times (-0,707) = -1950 \text{ daN compression}$$

$$F_{HG} = F_{GE} = F_{FE} = F_{CE} = 0$$

3.3) En ayant fait la bonne décomposition en 3.2) on a répondu à la question (voir plus haut).

3.4) On applique la méthode de la charge unité le diagramme $N(x)$ se déduit de celui de 3.3)



$$1. M_A = \frac{1}{210000 \cdot 10^5} \left(\frac{7 \times (-4125) \times (-1)}{45,9 \cdot 10^{-4}} + \frac{7 \times (-4125) \times (-1)}{14,2 \cdot 10^{-4}} + \frac{7 \sqrt{2} \times (5833,33) \times \sqrt{2}}{4,8 \cdot 10^{-4}} \right) \frac{\text{daN} \cdot \text{m}}{\text{m}^2}$$

$$M_A = \frac{1}{210000 \cdot 10^5} (6,29085 \cdot 10^6 + 2,033451 \cdot 10^7 + 1,701475 \cdot 10^8)$$

$$M_A = \frac{1,967729 \cdot 10^8}{210000 \cdot 10^5}$$

$$M_A = 9,37 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$9,4 \cdot 10^{-3}$$

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.