



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

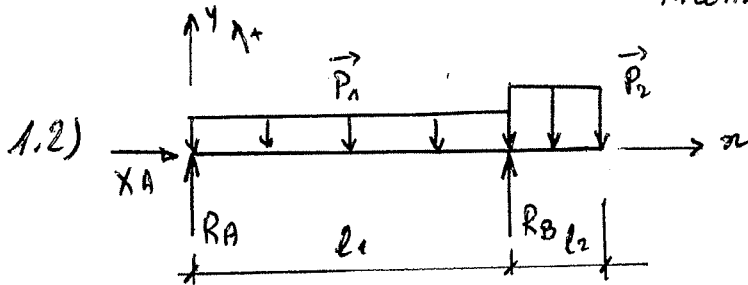
Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

www.formav.co/explorer

PARTIE 1

1.1) Nature du système.

equations : 3
inconnues : 2+1 } ISOSTATIQUE



$$\sum X = 0 \quad X_A = 0$$

$$\sum Y = 0 \quad R_A + R_B - P_1 l_1 - P_2 l_2 = 0 \quad *$$

$$\sum M_A = 0 \quad R_B l_1 - \frac{P_1 l_1^2}{2} - P_2 l_2 \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) = 0$$

$$R_B = \frac{P_1 l_1}{2} + \frac{P_2 l_2}{l_1} \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) = 0 \quad \text{d'où}$$

$$R_B = \frac{P_1 l_1}{2} + P_2 l_2 \left(1 + \frac{l_2}{2 l_1} \right)$$

$$\begin{aligned} * \Rightarrow R_A &= P_1 l_1 + P_2 l_2 - \left(\frac{P_1 l_1}{2} + P_2 l_2 \left(1 + \frac{l_2}{2 l_1} \right) \right) \\ &= \frac{P_1 l_1}{2} + P_2 l_2 - P_2 l_2 - \frac{P_2 l_2^2}{2 l_1} \end{aligned} \quad \text{d'où}$$

$$R_A = \frac{P_1 l_1}{2} - \frac{P_2 l_2^2}{2 l_1}$$

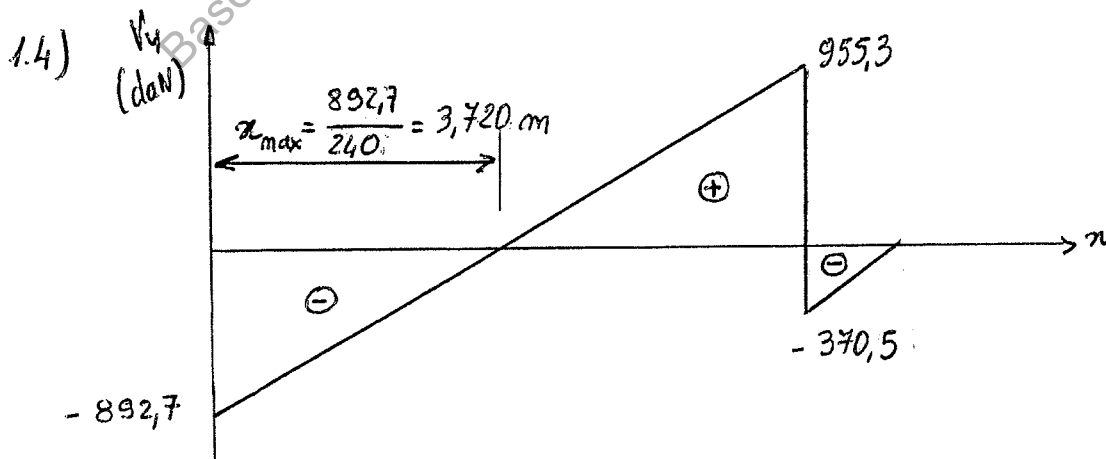
1.3) Application numérique

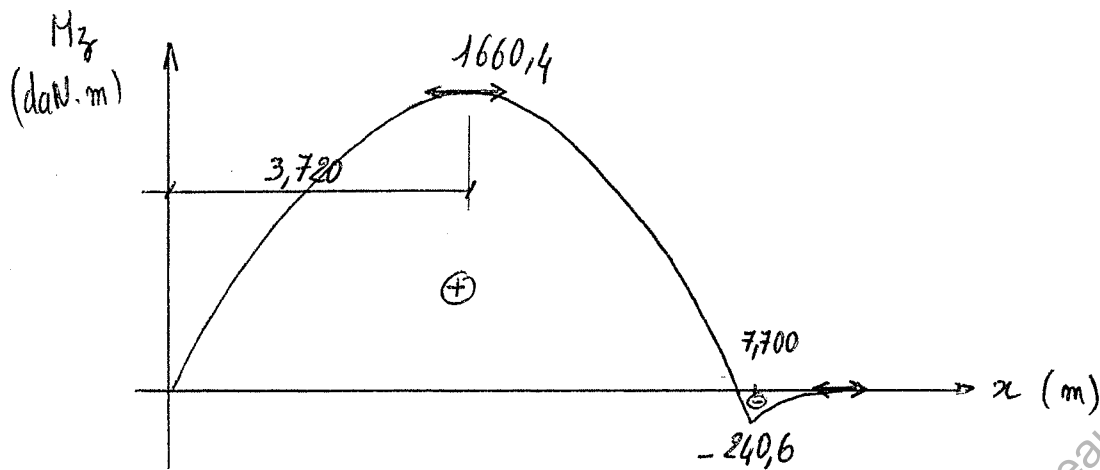
$$R_B = \frac{240 \times 7,70}{2} + 285 \times 1,30 \left(1 + \frac{1,30}{2 \times 7,70} \right) \Rightarrow$$

$$R_B = 1325,8 \text{ daN}$$

$$R_A = \frac{240 \times 7,70}{2} - \frac{285 \times 1,30^2}{2 \times 7,70} \Rightarrow$$

$$R_A = 892,7 \text{ daN}$$





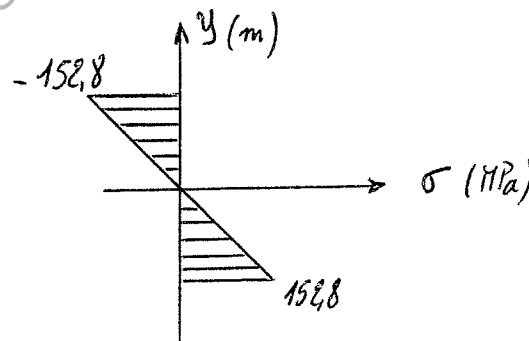
$$M_{\max} = - \frac{-892,7 \times 3,720}{2} = 1660,4 \text{ daN.m}$$

$$M_{\text{appui}} = 1660,4 - \frac{955,3 \times (7,700 - 3,720)}{2} = -240,6 \text{ daN.m}$$

$$1.5) \quad \sigma(x) = - \frac{M_z(x)}{W_{el,y}} \quad \text{pour } x = 3,720 \text{ m} \quad \sigma(3,720) = \pm \frac{1660,4}{108,66}$$

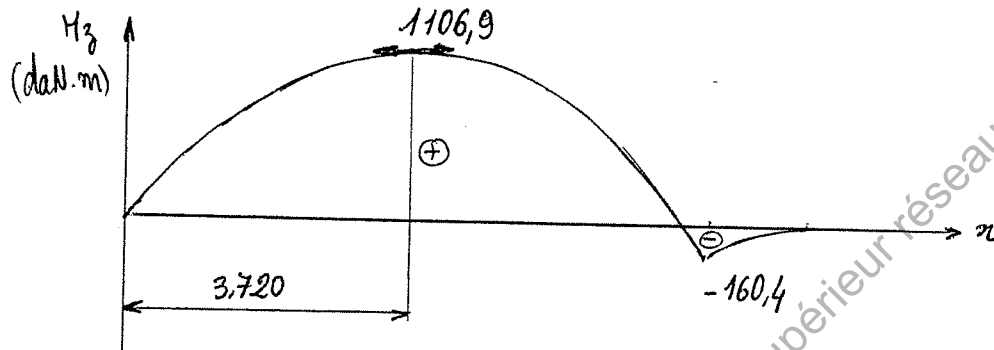
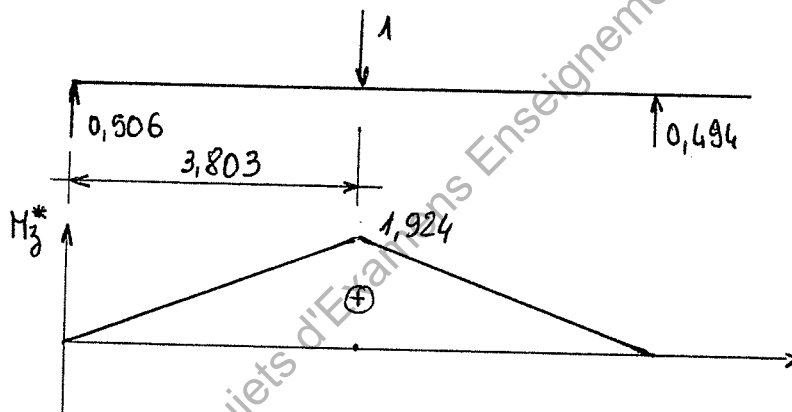
$$= \pm 1528 \text{ bars}$$

$$= \pm 152,8 \text{ MPa}$$



1.7) Méthode de la charge unité

Système S : les charges P_1 et P_2 sont non pondérées dans un rapport de 1,5 par rapport aux charges de la question 1.3)
On a donc le diagramme de M_z dans le même rapport.

Système S*

$$1. \Delta = \int_0^l \frac{M_z M_z^*}{EI} dx = \frac{7,7}{EI} \times \frac{1}{6} \times 1,924 \times [-160,4 \times 1,494 + 2 \times 1185,8 \times (1 + 0,494 \times 0,506)]$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{3,803}{7,70} = 0,494 ; \beta = 0,506 \text{ et } q_0 = \frac{160 \times 7,7^2}{8} = 1185,8 \text{ daN.m}$$

$$\Delta = \frac{6727,8}{210000 \cdot 10^5 \times 869,29 \cdot 10^{-8}} = 3,687 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta = 3,69 \text{ cm}$$

$$\text{On a } \frac{l}{200} = \frac{770}{200} = 3,85 \text{ cm} \Rightarrow \text{OK}$$

2.1). En externe, on a 1 articulation et 2 appuis simples, donc 4 degrés de liberté bloqués pour trois liaisons $\Rightarrow$ hyper 1 externe

• En interne, on a 8 barres en plus par rapport au treillis parfaitement triangulé $\Rightarrow$ hyper 8 interne

$\Rightarrow$ Structure HYPERSTATIQUE DE DEGRÉ 9

2.2) $I_{Gz} = 2 \times 2836 + 2 \times 391 \times 350^2 = 9580067 \text{ cm}^4$

2.3) • Analyse des déplacements (repère global)

A $\begin{cases} U_A = 0 \\ V_A = 0 \\ \Omega_A = 0 \end{cases}$

B $\begin{cases} U_B = 0 \\ V_B = 0 \\ \Omega_B \end{cases}$

C $\begin{cases} U_C = 0 \\ V_C = 0 \\ \Omega_C = 0 \end{cases}$

↓
inconnue

$\rightarrow$ incompressibilité barres AB et BC

• Calcul des M_{ij} ($w_B = \Omega_B$)

Barre AB: $M_{BA} = -\frac{qL^2}{8} + \frac{3EI}{L} w_B$

Barre BC: $M_{BC} = \frac{qL^2}{8} + \frac{3EI}{L} w_B$

• Equilibre du nœud B

$$0 = -M_{BA} - M_{BC} = -\frac{qL^2}{8} - \frac{3EI}{L} w_B - \frac{qL^2}{8} - \frac{3EI}{L} w_B = 0$$

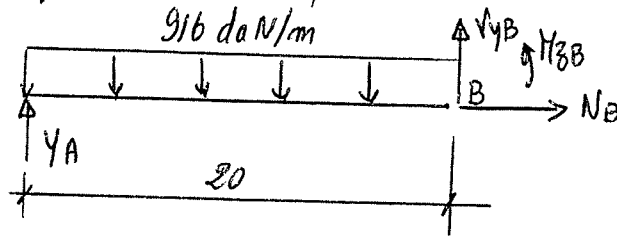
$$\Rightarrow \boxed{w_B = 0}$$

On a alors $M_{BA} = -\frac{qL^2}{8}$ et $M_{BC} = \frac{qL^2}{8}$

On en déduit $M_{zB} = -M_{Bc} = -\frac{qL^2}{8}$

AN: $M_{zB} = -\frac{916 \times 20^2}{8} = -45800 \text{ daN.m}$

2.4) On fait une coupure en B pour déterminer Y_A .



$$M_{zB} + \frac{916 \times 20^2}{2} - Y_A \cdot 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad -45800 + \frac{916 \times 20^2}{2} - Y_A \cdot 20 = 0$$

d'où $Y_A = 6870 \text{ daN}$ par symétrie $Y_C = 6870 \text{ daN}$

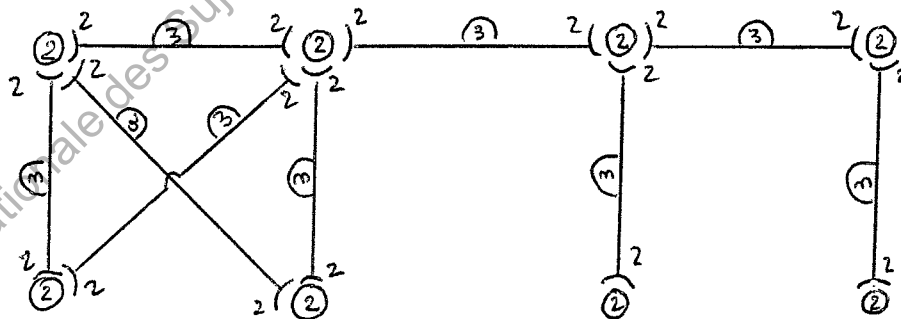
Dans le système global $Y_A + Y_C + Y_B - 40 \times 916 = 0$

$\Rightarrow Y_B = 22900 \text{ daN}$

2.5) $y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{qL^4}{192EI} = -\frac{916 \times 20^4}{192 \times 210000 \times 10^5 \times 9580067 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow y\left(\frac{L}{2}\right) = -3,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

PARTIE 3

3.1)



inconnues : barres $18 \times 2 = 36$
liaisons $8 = 8$

44

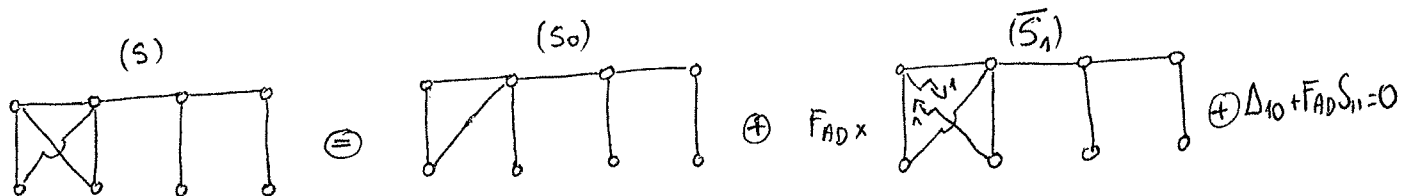
équations : barres $3 \times 9 = 27$
articulation $8 \times 2 = 16$

43

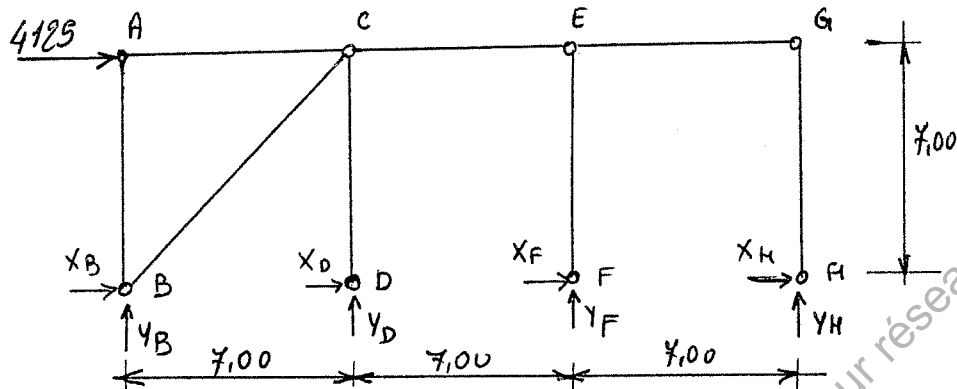
$44 - 43 = 1$

STRUCTURE HYPER

3.2)



Étude de (S₀)



- barres EF, GH et ID biarticulées non chargées $\Rightarrow X_F = X_D = X_H = 0$
- équilibre du nœud G $\Rightarrow F_{GH} = 0$ et $F_{GE} = 0$
- équilibre du nœud E $\Rightarrow F_{EC} = 0$ et $F_{EF} = 0$
- équilibre du nœud H $\Rightarrow Y_H = 0$
- équilibre du nœud F $\Rightarrow Y_F = 0$

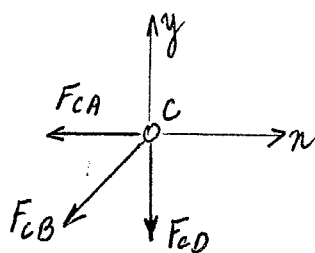
• PFS: $X_B = -4125 \text{ daN}$ $Y_B = -4125 \text{ daN}$ $Y_A = 4125 \text{ daN}$

• équilibre du nœud A : $F_{AC} = -4125 \text{ daN}$ compression
 $F_{AB} = 0$

• équilibre du nœud C :

$$* -F_{CO} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{CB} = 0$$

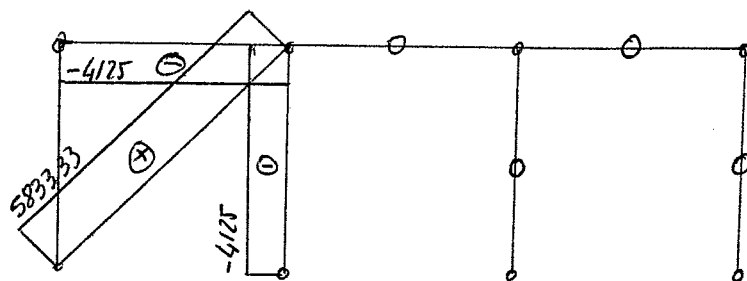
$$F_{CO} = -4125 \text{ daN} \text{ traction}$$



$$* -F_{CA} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{CB} = 0$$

$$F_{CB} = -\sqrt{2} \times (-4125)$$

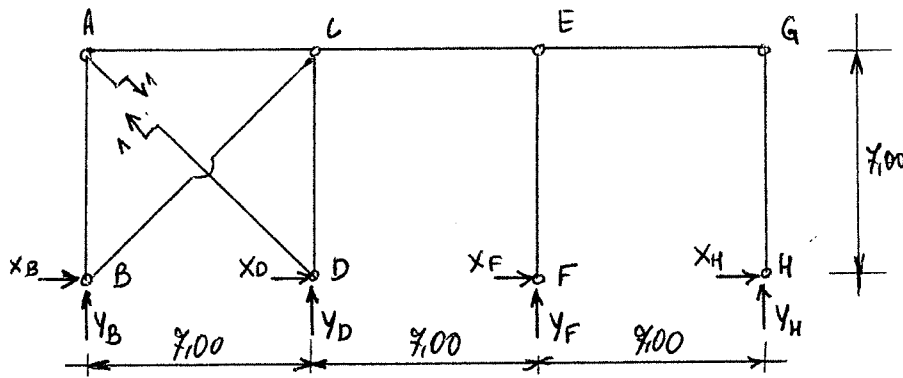
$$F_{CB} = 5833,33 \text{ daN} \text{ traction}$$



Etude de (S₁)

CMMECA

Session 2008



Comme (S₀) on a $Y_F = 0$; $Y_H = 0$, $X_F = 0$ et $X_H = 0$
 $F_{GH} = 0$, $F_{GE} = 0$, $F_{EC} = 0$ et $F_{EF} = 0$

• équilibre du nœud A :

$F_{AC} = -0,707$
$F_{AB} = -0,707$

 compression

• équilibre du nœud C :

$F_{CB} = 1$
$F_{CD} = -0,707$

 traction
compression

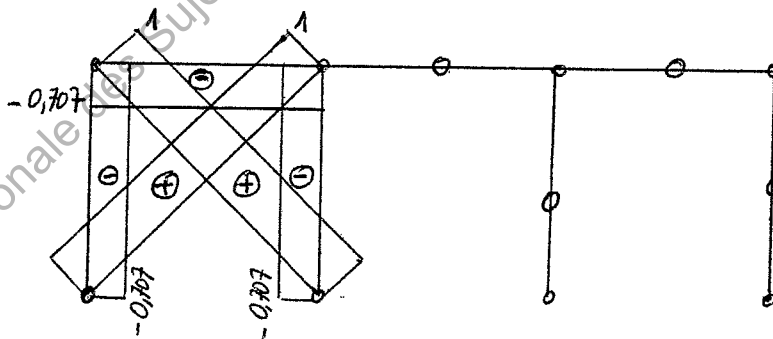
• équilibre du nœud D :



$$Y_D = -F_D - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 - 0,707 = 0$$

$$X_D = 0,707$$

• équilibre du nœud B : $X_B = -0,707$ et $Y_B = 0$



Calcul des sollicitations dans (S)

$$E \cdot \Delta_{10} = \frac{7 \times (-4125) \times (-0,707)}{14,2 \cdot 10^{-4}} + \frac{7\sqrt{2} \times 5833,33 \times 1}{4,8 \cdot 10^{-4}} + \frac{7 \times (-4125) \times (-0,707)}{45,9 \cdot 10^{-4}} \quad (\text{daN} \cdot \text{m})$$

$$E \cdot \Delta_{10} = 1,43765 \cdot 10^7 + 1,203125 \cdot 10^8 + 4,447631 \cdot 10^6$$

$$E \cdot \Delta_{10} = 1,390978 \cdot 10^8$$

$$E S_{M1} = \frac{7 \times 0,5}{14,2 \cdot 10^{-4}} + 2 \times \frac{7\sqrt{2} \times 1}{4,8 \cdot 10^{-4}} + 2 \times \frac{7 \times 0,5}{45,9 \cdot 10^{-4}} = 2,4647 \cdot 10^3 + 4,12479 \cdot 10^4 + 1,5251 \cdot 10^3$$

$$ES_{11} = 4,52377 \cdot 10^4$$

d'où
$$F_{AD} = - \frac{E \Delta_{10}}{ES_{11}} = - \frac{1,390978 \cdot 10^8}{4,52377 \cdot 10^4} = - 3076 \text{ daN}$$

On peut alors calculer les autres efforts. $F(s) = F(s_0) + F_{AD} \times F(\bar{s}_1)$

$$F_{AB} = 0 - 3076 \times (-0,707) = 2174 \text{ daN traction}$$

$$F_{AC} = -4125 - 3076 \times (-0,707) = -1950 \text{ daN compression}$$

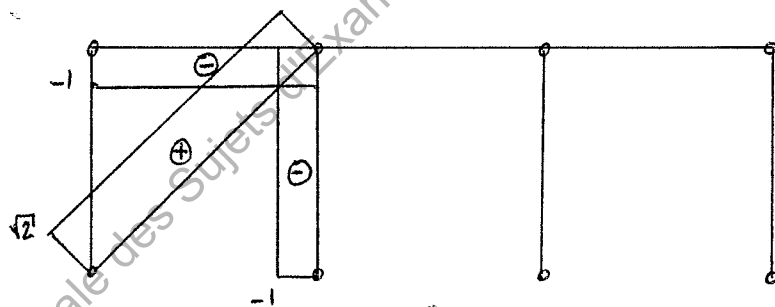
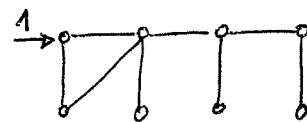
$$F_{CB} = 5833,33 - 3076 \times 1 = 2757,7 \text{ daN traction}$$

$$F_{BD} = -4125 - 3076 \times (-0,707) = -1950 \text{ daN compression}$$

$$F_{HG} = F_{GE} = F_{FE} = F_{CE} = 0$$

3.3) En ayant fait la bonne décomposition en 3.2) on a répondu à la question (voir plus haut).

3.4) On applique la méthode de la charge unitaire le diagramme $N(x)$ se déduit de celui de 3.3)



$$1. M_A = \frac{1}{210000 \cdot 10^5} \left(\frac{7 \times (-4125) \times (-1)}{45,9 \cdot 10^{-4}} + \frac{7 \times (-4125) \times (-1)}{14,2 \cdot 10^{-4}} + \frac{7 \sqrt{2} \times (5833,33) \times \sqrt{2}}{4,8 \cdot 10^{-4}} \right) \frac{\text{daN} \cdot \text{m}}{\text{m}^2}$$

$$M_A = \frac{1}{210000 \cdot 10^5} (6,29085 \cdot 10^6 + 2,033451 \cdot 10^7 + 1,701475 \cdot 10^8)$$

$$M_A = \frac{1,967729 \cdot 10^8}{210000 \cdot 10^5}$$

$$M_A = 9,37 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$9,4 \cdot 10^{-3}$$